Jurnal Wacana Ekonomi
Fakultas Ekonomi, Universitas Garut
ISSN: 1412-5897

Penaksiran Cadangan Dana Pada Asuransi Kendaraan Bermotor Melalui Pendekatan Bayesian; Model Banyaknya Klaim: Poisson−Gamma Dan Model Ganti Rugi: Lognormal−Inversχ^2 −Normal

Irfan Rizki Gumilar

[1] Universitas Garut
irfanrizki@uniga.ac.id

Abstract

In the motor vehicle insurance market, insurance companies need to know an estimate of the number of claims and the value of compensation they will face in the next policy period, and need to estimate the aggregate payment. In this study, the number of claims is assumed to have a Poisson distribution and the compensation value is assumed to be of a Lognormal distribution. Bayesian sensibilities will be used in shaping the predictive distribution of aggregate payments. Therefore, the Gamma distribution is used as the prior Poisson distribution, while the prior distribution of Lognormal is the Inverse χ ^ 2 distribution and the Normal distribution. The purpose of this paper is to provide an estimate of adequate reserve funds for motor vehicle insurance companies. Estimates of reserve funds are obtained from percentiles of the distribution of aggregate payments. Monte Carlo simulation techniques are used to estimate the aggregate distribution of payments. The test results show that the Poisson and Lognormal models are suitable in modeling the real data used in this paper. The simulation results from the predictive distribution show that the 95th percentile is IDR 404,368,169, so that this value can be used as an estimate of adequate reserve funds. The results of this study are expected to provide new information that is useful for motor vehicle insurance companies when estimating adequate reserve funds.

Keywords: *Motor Vehicle Insurance, Reserve Funds, Number of Claims, Indemnity, Bayesian.*

1. Pendahuluan

Setiap kendaran bermotor memiliki peluang untuk mengalami kerusakan atau mengalami pencurian, baik salah satu bagian dari kendaraan bermotor maupun seluruhnya. Kerugian *financial* akibat kerusakan atau pencurian pada kendaran bemotor dapat dikelola melalui asuransi kendaraan bermotor. Asuransi ini memberikan jaminan bahwa setiap kerusakan atau pencurian kendaraan bermotor yang dialami oleh tertanggung, dengan membayar premi, akan ditanggung oleh perusahaan asuransi selama periode waktu tertentu.

Tantangan utama yang dihadapi oleh perusahaan asuransi non-jiwa (kendaraan bermotor) adalah bagaimana memperkirakan secara akurat klaim-klaim yang akan terjadi dan bagaimana menentukan cadangan dana beserta premi yang tepat (Omari, Nyambura, & Mwangi, 2018). Fenomena sekarang di Indonesia, kebanyakan perusahaa asuransi kendaraan bermotor dalam penetapan preminya tidak lagi menggunakan formula rumit yang disajikan dalam buku-buku teks, tetapi lebih sederhana yaitu harga jual kendaraan bermotor pada saat penerbitan polis dikalikan dengan *p%*, yang mana *p* merupakan bilangan positif. Oleh karenanya, agar *paper* ini bermanfaat bagi industri asuransi, maka *paper* ini akan membahas tentang bagaimana menentukan cadangan dana yang tepat.

Agar dapat menjalankan perusahaan dengan baik, hal penting yang harus diperhatikan adalah kemampuan perusahaan asuransi kendaraan bermotor menyediakan sejumlah cadangan dana agar dapat meng-*cover* klaim-klaim yang akan datang. Apabila perusahaan asuransi tidak memiliki cadangan dana yang cukup, dampaknya akan langsung terasa jika ada banyak klaim yang diajukan oleh para tertanggung sehingga bisa menyebabakan “gagal bayar”.

Tujuan dari studi ini adalah bagaimana menetapkan taksiran cadangan dana bagi perusahaan asuransi kendaraan bermotor. Dalam menetapkan cadangan dana, perusahaan asuransi kendaraan bermotor perlu memiliki data banyaknya klaim beserta ganti rugi per klaimnya (besarnya klaim) pada periode sebelumnya. Berdasarkan data klaim tersebut, perusahaan memodelkan banyaknya klaim dan ganti ruginya. Dalam *paper* ini, model banyaknya klaim diasumsikan berdistribusi poisson, sementara model ganti rugi diasumsikan berdistribusi Lognormal. Dalam statistika inferensial, penaksiran parameter-parameter dalam model bisa menggunakan pendekatan klasik atau pendekatan bayesian. Pendekatan klasik lebih sering dibahas dibandingkan dengan pendekatan bayesian. Oleh karenanya, *paper* ini akan membahas statistika inferensial melalui pendekatan bayesian.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Model Total Ganti Rugi

Total ganti rugi per tertanggung dilambangkan dengan variabel acak S. Banyaknya klaim yang diajukan oleh seorang tertanggung dalam satu periode dilambangkan dengan N. Sementara masimg-masing ganti ruginya dilambangkan dengan variabel acak $X_1, X_2, \cdots, X_N$. Model total ganti rugi per tertanggung diberikan oleh persamaan (1) berikut ini:

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N, \quad N = 0,1,2, \ldots, \qquad \ldots(1)$$

yang mana $S = 0$ bilamana $N = 0$ (Klugman, Panjer, & Wilmot, 208).

a) Model Banyaknya Klaim: Poisson

Variabel banyaknya klaim dikategorikan sebagai variabel acak diskrit, oleh karenanya banyaknya klaim dalam *paper* ini akan diasumsikan berdistribusi Poisson. Distribusi Poisson merupakan salah satu anggota dari keluarga distribusi diskrit dengan parameter λ dan mempunyai fungsi peluang sebagai berikut:

$$\Pr(N = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \quad k = 0,1,2, \cdots, \qquad \ldots(2)$$

(Omari et al., 2018).

b) Model Ganti Rugi: Lognormal

Berbeda halnya dengan model banyaknya klaim yang dikategorikan variabel acak diskrit, model besarnya ganti rugi per klaim dikategorikan sebagai variabel acak kontinu. Distribusi Lognormal merupakan salah satu anggota dari keluarga distribusi kontinu dengan parameter lokasi μ dan parameter skala σ, serta mempunyai fungsi padat peluang sebagai berikut:

$$f_X(x|\mu,\sigma^2) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(logx-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad 0 < x < \infty. \qquad \ldots(3)$$

Jadi, dalam *paper* ini besarnya ganti rugi diasumsikan berdistribusi Lognormal (Miljkovic dan Grun, 2016).

2.2 Model Agregat *Payment*

Misal terdapat n tertanggung pada satu periode. Misalkan pula S_i adalah variabel acak yang menggambarkan total ganti rugi untuk tertanggung ke-*i*, maka model agregat *payment* yang harus dibayar perusahaan asuransi pada semua tertanggung adalah sebagai berikut:

$$T = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_n. \qquad \ldots(4)$$

(Rotar dan Vladimir, 2003).

2.3 Metode Bayesian

Terdapat dua paradigma statistika inferensial yang berkembang saat ini: (i) Paradigma klasik atau *frequentist* dan (ii) Paradigma Bayesian (Herzog, 2002). Perbedaan mendasar antara pendekatan klasik dan bayesian adalah bahwa paradigma klasik memandang sampel yang terbentuk berasal dari suatu distribusi dengan parameternya ($\boldsymbol{\theta}$) dianggap *fixed* tetapi nilainya tidak diketahui, sementara paradigma Bayesian memandang parameter $\boldsymbol{\theta}$ sebagai variabel acak sehingga memiliki distribusi peluang tertentu (Muthen dan Asparouhov, 2012). Jadi, dapat disimpulkan bahwa, dalam paradigma bayesian, baik data pengamatan maupun parameter dianggap sebagai variabel acak.

Secara ringkas, Shevchenko dan Wüthrich (2006) meyarankan langkah-langkah pemodelan melalui pendekatan bayesian adalah sebagai berikut:

1. Bentuk Distribusi Prior
2. Bentuk Distribusi Posterior
3. Bentuk Distribusi Prediktif

a) Distribusi *Conjugate Prior*

Dalam paradigma Bayesian, distribusi *conjugate prior* sangat bermanfaat ketika melakukan *bayesian inference* (Shevchenko dan Wüthrich, 2006). Diantara keuntungannya adalah secara matematika mudah untuk mendapatkan formula fungsi padat posterior beserta parameter *updated*-nya (data plus prior). Adapun definisi dari distribusi *conjugate prior* diberikan berikut ini:

Definisi 1 Distribusi prior disebut distribusi *conjugate prior* apabila hasil distribusi posterior berasal dari keluarga yang sama dengan distribusi prior-nya (tetapi mungkin dengan nilai parameter yang berbeda).

(Klugman et al, 2008)

Secara sederhana definisi 1 menyatakan bahwa distribusi prior dikatakan distribusi *conjugate prior* apabila hasil distribusi posterior mempunyai bentuk yang sama dengan bentuk distribusi prior-nya, tetapi mungkin dengan nilai parameter yang berbeda.

Menurut Shevchenko dan Wüthrich (2006), pasangan conjugate $F-P$ untuk distribusi Poisson dan Lognormal diberikan berikut ini:

1. Model Banyaknya Klaim: Poisson $-$ Gamma.
2. Model Besarnya Ganti Rugi: Lognormal $-$ Inversχ^2 $-$ Normal

Jadi, untuk Poisson, distribusi prior dari parameter λ diberikan oleh

$$\pi(\lambda) = \frac{\lambda^{\alpha_0-1}\ e^{-\lambda/\theta_0}}{\Gamma(\alpha_0)\ \theta_0^{\alpha_0}} \qquad \ldots(5)$$

yang merupakan distribusi Gamma dengan parameter α_0 dan θ_0 (Shevchenko dan Wüthrich, 2006).

Sementara untuk Lognormal, distribusi prior untuk parameter σ^2 diberikan oleh

$$\pi(\sigma^2) = \frac{2^{-v_0/2}}{\beta_0\Gamma(v_0/2)}\left(\frac{\sigma^2}{\beta_0}\right)^{-\frac{v_0}{2}-1} exp\left(-\frac{\beta_0}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma^2 > 0, \qquad \ldots(6)$$

yang merupakan distribusi Inversχ^2 dengan parameter v_0 dan β_0 (Shevchenko dan Wüthrich, 2006). Distribusi prior dari parameter μ diberikan oleh

$$\pi(\mu|\sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/k_0}}\ exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_0)^2}{2\sigma^2/k_0}\right\}, \qquad -\infty < \mu < \infty, \qquad \ldots(7)$$

yang merupakan distribusi normal dengan parameter μ_0 dan σ^2/k_0 (Shevchenko dan Wüthrich, 2006). Maka, distribusi prior gabungannya adalah

$$\pi(\mu,\sigma^2) = \frac{2^{-v_0/2}}{\beta_0\Gamma(v_0/2)}\left(\frac{\sigma^2}{\beta_0}\right)^{-\frac{v_0}{2}-1} exp\left(-\frac{\beta_0}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi/k_0}}\ exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_0)^2}{2\sigma^2/k_0}\right\}, \qquad \ldots(8)$$

yang mana $\sigma^2 > 0$ dan $-\infty < \mu < \infty$. Persamaan (8) dapat juga diekspresikan dengan

$$\pi(\mu,\sigma^2) \propto (\sigma^2)^{-\frac{v_0}{2}-1}\ exp\left(-\frac{\beta_0}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{\sigma}\ exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_0)^2}{2\sigma^2/k_0}\right\}, \qquad \ldots(9)$$

yang merupakan hasil kali antara distribusi Invers$\chi^2(v_0, \beta_0)$ dengan distribusi Normal$(\mu_0, \sigma^2/k_0)$ (Shevchenko dan Wüthrich, 2006).

b) Distribusi Posterior

Definisi 2 Distribusi Posterior adalah distribusi peluang bersyarat dari parameter $(\boldsymbol{\theta})$ diberikan data pengamatan $(\boldsymbol{x})$. Distribusi Posterior dinotasikan dengan $\hat{\pi}(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x})$.

(Klugman et al, 2008)

Distribusi posterior dari Poisson $-$ Gamma diberikan oleh persamaan (10) berikut ini

$$\hat{\pi}(\lambda|\boldsymbol{k}) \propto \lambda^{\alpha_n - 1}\, exp[-\lambda/\theta_n], \qquad \ldots(10)$$

yang merupakan distribusi Gamma dengan parameter *updated*-nya:

$$\alpha_n = \sum k_j + \alpha_0 \qquad \ldots(11)$$

dan

$$\theta_n = \frac{\theta_0}{1 + n\theta_0} \qquad \ldots(12)$$

(Shevchenko dan Wüthrich, 2006).

Distribusi posterior dari Lognormal $-$ Inversχ^2 $-$ Normal diberikan oleh persamaan (13) berikut ini

$$\pi(\mu, \sigma^2|x) \propto \ (\sigma^2)^{-\frac{v_n}{2}-1}\ exp\left(-\frac{\beta_n}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{\sigma}\ exp\left\{-\frac{(\mu-\mu_n)^2}{2\sigma^2/k_n}\right\}, \qquad \ldots(13)$$

yang merupakan hasil kali antara distribusi Invers$\chi^2(\nu_n, \beta_n)$ dengan distribusi Normal$(\mu_n, \sigma^2/k_n)$ dengan paramater *updated*-nya

$$\beta_n = \beta_0 + n\overline{y^2} + k_0\mu_0^2 - \frac{(n\bar{y} + \mu_0 k_0)^2}{k_0 + n}, \qquad \ldots(14)$$

$$k_n = k_0 + n, \qquad \ldots(15)$$

$$\mu_n = \frac{n\bar{y} + \mu_0 k_0}{k_0 + n}, \qquad \ldots(16)$$

$$\nu_n = \nu_0 + n, \qquad \ldots(17)$$

yang mana $\bar{y} = \frac{\Sigma \ln X}{n}$ dan $\overline{y^2} = \frac{(\Sigma \ln X)^2}{n}$ (Shevchenko dan Wüthrich, 2006).

2.5 Simulasi Distribusi Prediktif Agregat *Payment* dan Penaksiran Cadangan Dana

Distribusi prediktif dalam pendekatan Bayesian digunakan untuk menaksir klaim-klaim yang kan terjadi di masa mendatang (Jakub dan James, 2006). Distribusi prediktif dari agregat *payment* akan ditaksir melalui simulasi Monte Carlo. Persentil-persentil dari taksiran distribusi prediktif ini diperlakukan sebagai penaksir cadangan dana.

Penelitian tentang penaksiran cadangan dana melalui pendekatan Bayesian pernah diulas oleh Pavel dan Mario (2006) yang membahas distribusi-distribusi peluang yang dapat digunakan untuk penaksiran cadangan dana dalam kontek *operational risk*, serta penelitian dari Jakub dan James (2006) yang mengaplikasikan distribusi Poisson$-$Generalised Pareto dan distribusi Truncated Generalised Pareto dalam bidang asuransi kebakaran. Adapun *paper* ini membahas tentang aplikasi penggunaan distribusi Poisson$-$Gamma dan distribusi Lognormal$-$Inversχ^2 $-$Normal dalam bidang asuransi kendaraan bermotor.

3. Metode

Pada penelitian ini, kita memandang portofolio secara keseluruhan. Perhatian tidak pada pemegang polis/tertanggung secara terpisah, tetapi pada total klaim dari seluruh tertanggung yang dengannya perusahaan asuransi harus membayar klaim-klaim yang terjadi.

Statistika deskriptif dan statistika inferensia digunakan untuk menganalisis data klaim yang diperoleh. Statistika deskriptif digunakan untuk melihat apakah data terdistribusi secara positif atau secara negatif. Jika data terdistribusi secara negatif, dapat diartikan bahwa klaim-klaim dengan nilai ganti rugi yang besar sering terjadi daripada nilai ganti rugi yang kecil. Sementara statistika inferensial dengan pendekatan bayesian digunakan untuk menaksir cadangan dana.

Penelitian ini menggunakan bantuan perangkat lunak Matlab 7.10 dalam melakukan simulasi Monet Carlo. Matlab 7.10 menyediakan fungsi untuk membangkitakn bilangan acak berdistribusi Poisson, Gamma, dan Normal tetapi untuk distribusi Inversχ^2 dibutuhkan sedikit modifikasi dalam membuat fungsi pembangkitnya. Matlab 7.10 juga tidak menyediakan *Toolbox* untuk simulasi Monte Carlo yang membangun distribusi prediktif dari agregat *payment* sehingga penelitian ini membutuhkan *script* algoritma tersendiri.

4. Hasil Penelitian dan Pambahasan

Paper ini difokuskan pada pembahasan penaksiran sejumlah dana yang dibutuhkan oleh perusahaan asuransi umum agar dapat meng-*cover* klaim-klaim yang diajukan oleh para tertanggung dalam satu periode waktu tertentu. Data yang digunakan adalah data klaim asuransi kendaraan bermotor di perusahaan asuransi umum CBA cabang bandung. Data klaim tersebut berasal dari jenis pertanggungan *all risk* asuransi kendaraan bermotor dan merupakan data klaim yang dibayarkan pada *payment year* 2007.

Model Banyaknya Klaim: Poisson

Selama tahun 2007, perusahaan asuransi umum CBA mempunyai 697 tertanggung untuk asuransi kendaraan bermotornya. Berdasarkan 697 tertanggung tersebut, delapan tertanggung mengajukan klaim sebanyak 2 kali. Tabel 1 berikut ini menyajikan rincian lengkapnya.

Tabel 1: Banyaknya Klaim Yang Diajukan Tertanggung

Banyaknya Klaim	Jumlah Tertanggung
0	622
1	66
2	8
3	1

Pada tabel 1 terlihat bahwa klaim yang dibayarkan pada *payment year* 2007 sebanyak 85 klaim dan rata-ratanya 0,122.
Uji Chi-Kuadrat akan digunakan untuk menguji bahwa banyaknya klaim berdistribusi Poisson. Jadi, hipotesis yang diuji berbentuk

H_0 : Data Banyaknya Klaim Berdistribusi Poisson
H_1 : Data Banyaknya Klaim Berdistribusi Lainnya

Pengujian hipotesis dilakukan pada $\alpha = 0{,}05$. Hipotesis nol tidak ditolak jika statistik uji lebih kecil dari $\chi^2_{dk;\alpha}$.

Tabel 2: Perhitungan Uji Chi-Kuadrat

Banyaknya Klaim	**Observasi**	**Poisson$(\mathbf{0,122})$**	**Ekspektasi**	**Chi-Kuadrat**
0	622	0.88	616.9785	0.0409
1	66	0.11	75.2413	1.1350
2	8	0.01	4.5879	2.5377
3	1	0.000267	0.1865	3.5484
4+	0	0.0000836	0.0058	0.0058
Total	697	1	697	7.2679

Berdasarkan tabel 2, statistik uji diperoleh sebesar 7,2679 (total Chi-Kuadrat). Sementara berdasarkan tabel Chi-Kuadrat dengan $dk = 3$ dan $\alpha = 0{,}05$ diperoleh $\chi^2_{3;0,05} = 7{,}8147$. Oleh karena statistik uji lebih kecil dari $\chi^2_{3;0,05}$, maka H_0 tidak ditolak. Artinya, dengan tingkat signifikansi 5%, data banyaknya klaim dapat dimodelkan dengan distribusi Poisson.

Model Besarnya Ganti Rugi per Klaim: Lognormal

Pada *payment year* 2007, 85 klaim asuransi kendaraan bermotor harus dibayarkan ganti ruginya oleh perusahaan asuransi umum CBA. Tabel 3 berikut ini menyajikan ukuran-ukuran statistika deskriptif untuk data besarnya ganti rugi asuransi kendaraan bermotor pada *payment year* 2007.

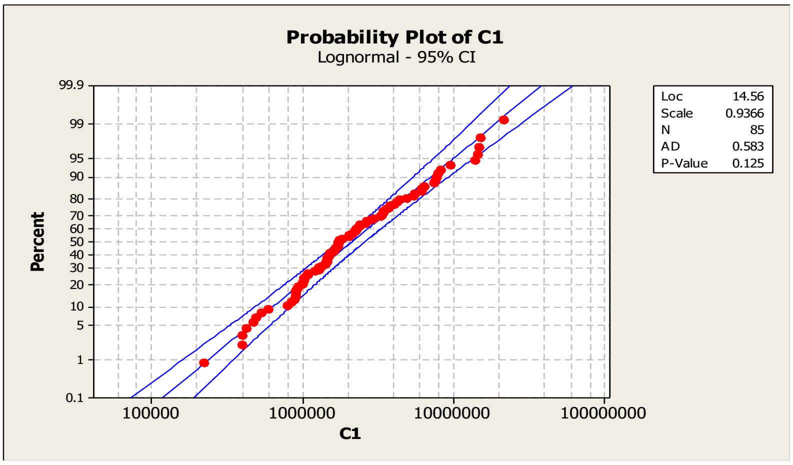
Tabel 3: Ukuran Statistika Deskriptif Besarnya Ganti Rugi Pada *Payment Year* 2007

Ukuran Statistika	**Nilai**
Ukuran Sampel	85
Minimum	225225
Maksimum	21570700
Total	284595097
Rata-Rata	3348177,612
Simpangan Baku	3862243,771
Skewness	2,536
Kurtosis	7,202

Studi kasus ini mengasumsikan bahwa besarnya ganti rugi per klaim berdistribusi Lognormal sehingga hipotesis yang diuji berbentuk

H_0: Data Besarnya Ganti Rugi Berdistribusi Lognormal
H_1: Data Besarnya Ganti Rugi Berdistribusi Lainnya

Uji Anderson-Darling akan digunakan untuk menguji bahwa besarnya ganti rugi per klaim berdistribusi Lognormal. Pengujian hipotesis dilakukan dengan $\alpha = 0{,}05$. Hipotesis nol tidak ditolak jika statistik uji Anderson-Darling lebih kecil dari nilai kritisnya, 2,492 ($\alpha = 0{,}05$).



Gambar 1. *Probability Plot* Distribusi Lognormal

Berdasarkan penggunaan piranti lunak minitab 14, statistik uji Anderson-Darling diperoleh sebesar D = 0,583. Oleh karena 0,583 <2,492, maka hipotesis nol tidak ditolak. Artinya, pada $\alpha = 0{,}05$, data besarnya ganti rugi per klaim dapat dimodelkan dengan distribusi Lognormal.

Bayesian Inference

Seperti telah dijelaskan bahwa pendekatan Bayesian memperlakukan parameter-parameter dari Poisson dan Lognormal sebagai variabel acak yang memiliki distribusi peluang tersendiri, yaitu

$$\lambda \sim \text{Gamma}(1{,}1000) \qquad \ldots(18)$$

yang merupakan distribusi prior untuk parameter Poisson, dan

$$\sigma^2 \sim \text{Inv-}\chi^2(2\,,2) \qquad \ldots(19)$$

$$\mu|\sigma^2 \sim \text{Normal}(0\,,\sigma^2/0{,}001) \qquad \ldots(20)$$

yang merupakan distribusi prior untuk parameter-parameter Lognormal.

Distribusi (18), (19), dan (20) disebut dengan distribusi *vague/non-informative prior*. Penggunaan *non-informative prior* ini dikarenakan pengetahuan akan karakteristik parameter sangant minim. Prior-prior tersebut di atas memiliki variansi sangat besar, sehingga tidak mempengaruhi distribusi posterior terlalu banyak (Dudley, 2006). Jadi, variansi prior yang sangat besar menunjukkan minimnya pengetahuan kita tentang karakteristik dari parameter. Sedangkan penggunaan distribusi *informative prior* ditetapkan berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya atau pendapat dari para ahli (Harindranath R.M. dan Jayanth Jacob, 2018).

Model Banyaknya Klaim: Posson-Gamma

Berdasarkan distribusi prior (18) diketahui bahwa $\alpha_0 = 1$ dan $\theta_0 = 1000$, serta untuk model banyaknya klaim diketahui bahwa nilai $n = 697$ dan $\Sigma k_i = 85$. Nilai-nilai tersebut disubtitusikan ke persamaan (11) dan (12), maka akan diperoleh parameter *updated* sebagai berikut:

$$\alpha_n = 86 \;\; \text{dan} \;\; \theta_n = 0{,}0014$$

Jadi, distribusi posterior untuk model banyaknya klaim diberikan oleh

$$\hat{\pi}(\lambda|\mathbf{k})\sim\text{Gamma}(86\ \ ,\ \ 0{,}0014). \qquad \ldots(21)$$

Model Besarnya Ganti Rugi per Klaim: Lognormal−Invers χ^2 −Normal

Berdasarkan distribusi prior (19) dan (20) diketahui bahwa $\nu_0 = 2,\ \beta_0 = 2,\ \mu_0 = 0,$ dan $k_0 = 0{,}001$, serta untuk model besarnya ganti rugi diketahui bahwa

$$n = 85\ \ ,\ \ \bar{Y} = \frac{\ln X}{85} = 14{,}56\ \ ,\ \ \text{dan}\ \ \overline{Y^2} = \frac{(\ln X)^2}{85} = 213.$$

Nilai-nilai ini disubtitusikan ke persaman (14), (15), (16), dan (17), maka akan diperoleh parameter *updated* sebagai berikut

$$\beta_n = 75{,}90\ \ ,\ \ k_n = 85{,}001\ \ ,\ \ \mu_n = 14{,}56\ \ ,\ \ \text{dan}\ \ \nu_n = 87.$$

Jadi, distribusi posterior untuk model besarnya ganti rugi adalah

$$\hat{\pi}(\mu,\sigma^2|\mathbf{x})\sim\text{Inv-}\chi^2(87\ ,\ \ 75{,}9)\times\text{Normal}(14{,}56\ \ ,\ \ \sigma^2/85{,}001). \qquad \ldots(22)$$

Hasil Simulasi dan Taksiran Cadangan Dana

Langkah 1

Bangkitkan bilangan acak $\lambda^{(1)}$ dari distribusi posterior (21), serta bilangan acak $\sigma^{2(1)}$ dan $\mu^{(1)}$ dari distribusi posterior (22).

Langkah 2

Diberikan $\lambda^{(1)} = 0{,}13$ pada langkah 1, simulasikan total banyaknya klaim $N = K_1 + K_2 + \cdots + K_{697}$, yang mana K_i adalah banyaknya klaim yang diajukan oleh tertanggung ke-i dengan $K_i \sim Poisson(0{,}13)$. Hasilnya disajikan pada tabel 4.

Tabel 4: Hasil Simulasi Banyaknya Klaim (b = 1)

Banyaknya Klaim	Jumlah Tertanggung
0	609
1	84
2	4
3	0

Pada tabel 4 terlihat bahwa total banyaknya klaim sebesar 92.

Langkah 3

Diberikan $\sigma^{2(1)} = 1{,}02$ dan $\mu^{(1)} = 14{,}59$ pada langkah 1 serta banyaknya klaim pada langkah 2, simulasikan besarnya ganti rugi yang berdistribusi Lognormal$(14{,}59\ ,\ 1{,}02)$ untuk masing-masing tertanggung. Sebagai ilustrasi, jika seorang tertanggung mengajukan 2 klaim, maka simulasikan besarnya ganti rugi sebanyak 2 kali kemudian hasilnya dijumlahkan untuk memperoleh total ganti rugi. Tabel 5 berikut memperlihatkan beberapa persentil total ganti rugi tertanggung berdasarkan hasil simulasi langkah 3.

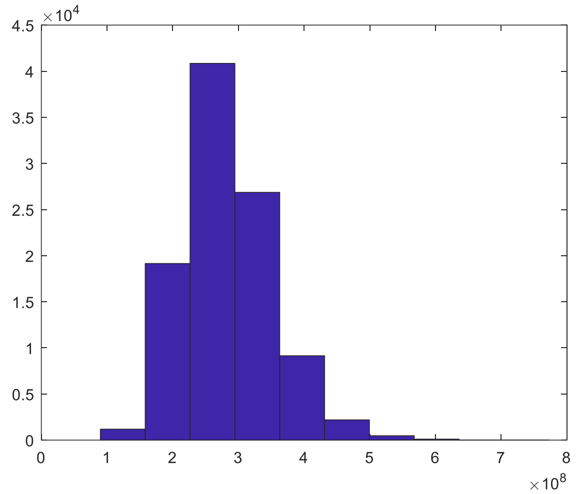
Tabel 5: Persentil Total Ganti Rugi Tertanggung (b = 1)

Persentil	Total Ganti Rugi Tertanggung
0	0
80	0
85	0
90	Rp 784.710
95	Rp 3.260.064
99	Rp 9.723.567
100	Rp 37.503.873

Berdasarkan hasil simulasi langkah 3 ini diperoleh bahwa agregat *payment* yang harus dibayar oleh pihak perusahaan adalah sebesar Rp 355.310.311, yang diperoleh dengan menjumlahkan seluruh total ganti rugi para tertanggung.

Langkah 4

Untuk mendapatkan taksiran distribusi peluang dari agregat *payment*, langkah 1 sampai dengan langkah 3 diulang sebanyak b = 100.00 kali. Gambar 2 berikut ini menampilkan histogram dari 100.000 nilai agregat *payment* hasil simulasi tersebut.



Gambar 2: Histogram Agregat *Payment* ($b = 100.000$)

Tabel berikut ini menyajikan beberapa ukuran statistika deskriptif dari hasil simulasi.

Tabel 6: Taksiran Persentil Hasil Simulasi Agregat ***Payment*** ($b = 100.000$)

Persentil	Taksiran Agregat *Payment*
Persentil 90	Rp 371.782.252
Persentil 95	Rp 404.368.169
Persentil 99	Rp 476.974.280
Maksimal	Rp 772.500.815

Berdasarkan tabel 6 diketahui bahwa apabila perusahaan asuransi memperoleh dana sebesar Rp 404.368.169, maka dengan peluang 0,95, dana tersebut diharapkan dapat meng-*cover* klaim-

klaim yang akan terjadi. Akan tetapi, jika terkumpul dana sebesar Rp 371.782.252, maka dengan peluang 0,90, dana tersebut diharapkan dapat meng-*cover* klaim-klaim yang akan terjadi.

Tabel 7: Perbandingan Taksiran Agregat Payment Antara Bayesian dan klasik

Persentil	**Taksiran Agregat *Payment***	
	Bayesian	**Klasik**
Persentil 90	Rp 371.782.252	Rp 338.982.479
Persentil 95	Rp 404.368.169	Rp 358.866.994
Persentil 99	Rp 476.974.280	Rp 401.159.411
Persentil 100 (Maks)	Rp 772.500.815	Rp 568.144.339

Tabel 7 memperlihatkan bahwa persentil 90 berdasarkan pendekatan Bayesian lebih besar dibandingkan pendekatan klasik. Hal serupa terjadi pada persentil 95, 99, dan 100. Hasil ini serupa dengan penelitian yang dilakukan oleh Jakub dan James (2006), yang menyatakan bahwa ketidakpastian akan parameter (pendekatan Bayesian) dapat menaikkan taksiran cadangan dana.

5. Simpulan dan Saran

Paper ini mengulas pendekatan *Bayesian inferensial* dalam menaksir cadangan dana bagi asuransi kendaraan bermotor. Perusahaan asuransi perlu memodelkan banyaknya klaim dan memodelkan ganti rugi untuk menaksir cadangan dana yang memadai. Dalam penelitian ini, dipilih distribusi poisson untuk memodelkan banyaknya klaim dan distribusi lognormal untuk memodelkan ganti ruginya (besarnya klaim). Pendekatan Bayesian membutuhkan penetapan distribusi prior untuk parameter-parameter dalam model. Distribusi prior yang digunakan adalah distribusi Gamma untuk parameter distribusi Poison. Sementara untuk parameter distribusi Lognormal, distribusi prior yang digunakan adalah distribusi Inversχ^2 dan distribusi Normal.

Dengan menggunakan data *real* asuransi kendaraan bermotor, aplikasi penaksiran cadangan dana dalam *paper* ini dimulai dengan pengujian distribusi dari data banyaknya klaim dan ganti ruginya (besarnya klaim). Setelah pengujian diterima, langkah selanjutnya adalah penetapan nilai parameter prior secara *non-informative* kemudian menghitung parameter *updated*-nya. Penaksiran cadangan dana diperoleh melalui persentil-persentil distribusi prediktif agregat *payment* hasil simulasi.

Berdasarkan analisis yang dilakukan dalam penelitian ini, apabila perusahaan asuransi menggunakan persentil 95 sebagai taksiran cadangan dananya, maka disarankan untuk melakukan *Backtesting*. Pada dasarnya, *Backtesting* membandingkan taksiran cadangan dana dengan total ganti rugi aktual. Apabila total ganti rugi aktual melebihi taksiran cadangan dana sering terjadi, maka nilai yang telah ditetapkan tidak cocok. Uji Kupiec merupakan uji yang sederhana untuk melakukan *Backtesting* (Navneet Kaur Virdi, 2011).

Daftar Pustaka

Cyprian Ondieki Omari, Shalyne Gathoni Nyambura, Joan Wairimu Mwangi. (2018). Modeling the Frequency and Severity of Auto Insurance Claims Using Statistical Distributions. *Jounal of Mathematical Finance*, 137-160.

Dudley, C. (2006). Bayesian Analysis Of An Aggregate Claim ModelL Using Various Loss Distributions. Eidenburg: Disertasi Heriot-Watt University..

Harinranath R.M. dan Jayanth Jacob. (2018). Bayesian structural equation modelling tutorial for novice management researchers. *Management Reearch Review*.

Herzog, T. N. (2002). Bayesian Staistics and The Monte Carlo Method. *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Confeence.*

Jakub M. Borowicz dan James P.Norman. (2006). The Effects Of Parameter Uncertainty In The Extreme Event Frequency-Severity Model. *28th International Congress of Actuaries.* Paris.

Muthen, B. and Asparouv, T. (2012). Bayesian Structural Equation Modeling: a more flexible represntation of substantive theoryP. *Psychological Methods, 17*(3), 313-335.

Pavel V. Shevchenko dan Mario V. Wuthrich. (2006). The Structural Modelling of Operational Risk via Bayesian inference: Combining Loss Data with Expert Opinions . *The Journal of Operational Risk*, 3-26.

Rotar, V. I. (2003). *Actuarial Models: The Mathematics of Insurance.* London: Chapmann&Hall.

Stuart A. Klugman, Hary H. PAnjer, Gordon E. Wilmot. (2008). *Loss Model: From Data To Decisions, 3rd Edition.* New Jersey: Wiley-Interscience.

Tatjana Miljkovic, Betina Grunb. (2016). Modeling Loss Data Using Mixtures of Distributions. *Insurance: Mathematics adn Economics 70*, 387-396.

Virdi, N. K. (2011). A Review of Backtesting Methods for Evaluating Value-at Risk . *International Review of Business Research Papers*, 14-24.